**微专题2高考中的三角函数与解三角形问题**

id:2147491440;FounderCES

一、选择题(每小题5分,共15分)

1*.*在△*ABC*中,角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c*,且3*b=a+c*,cos *A-*cos *C=*,则cos *B=*()

A. B. C. D.

2*.*已知0*<x<*π,*=*,则*a*的最大值是()

A.3 B.2 C. D.2*-*

3*.*将函数*f*(*x*)*=m*sin *x+n*cos *x*的图象向右平移个单位长度得到函数*g*(*x*)的图象,若*g*(*x*)为奇函数,则关于函数*f*(*x*),下列结论正确的是()

A.函数*f*(*x*)的最大值为2*m*

B*.*函数*f*(*x*)的最大值为*-*2*m*

C*.*函数*f*(*x*)的图象的一条对称轴是*x=-*

D*.*函数*f*(*x*)的一个单调递增区间为[*-*,]

二、填空题(每小题5分,共20分)

4*.*已知角*α*,*β*满足tan *α*tan *β=.*若cos(*α-β*)*=*,则cos(*α+β*)的值为*.*

5*.*已知函数*f*(*x*)*=*sin(*ωx+φ*)(*ω>*0,0*<φ<*π)的最小正周期为π,将函数*f*(*x*)的图象向左平移个单位长度后,其图象关于直线*x=-*对称,则函数*f*(*x*)的表达式为*.*

6*.*若sin 2*α=*,sin(*β-α*)*=*,且*α*∈[,],*β*∈[π,],则*α+β=　　　　.*

7*.*

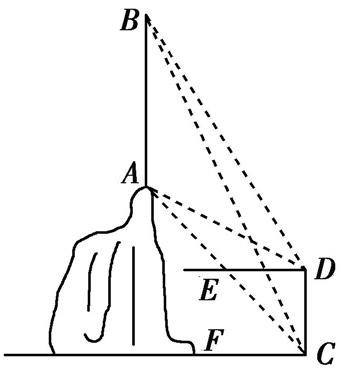


图2*-*1

如图2*-*1,*AB*是立于山顶上的电视塔,现借助升降机*CD*测量塔高,当在升降机底部*C*时,测得点*A*的仰角为45*°*、点*B*的仰角为60*°*;当升降机上升10米至点*D*时,测得点*A*的仰角为30*°*,则塔高*AB=*米*.*

三、解答题(共36分)

8*.*(12分)设函数*f*(*x*)*=*sin(2*x+*)*-*2sin *x*cos *x*(*x*∈R)*.*

(1)求函数*f*(*x*)的最小正周期及单调递增区间;

(2)将函数*f*(*x*)的图象向右平移个单位长度,得到函数*g*(*x*)的图象,试求*g*(*x*)在[0,]上的最小值*.*

9*.*(12分)在平面直角坐标系*xOy*中,角*α*的顶点是原点,始边与*x*轴的正半轴重合,终边交单位圆于点*D*,且*α*∈(0,π),点*E*的坐标为(*-*1,)*.*

(1)若⊥,求点*D*的坐标;

(2)若*=t*(*t>*0),且在△*ABC*中,角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c*,2*B=α*,*b=*,求*c+*2*a*的最大值*.*

10*.*(12分)已知△*ABC*的三个内角*A*,*B*,*C*的对边分别为*a*,*b*,*c*,且*=*1*-.*

(1)求角*C*的大小;

(2)若*S*△*ABC=*2,*a+b=*6,求*c.*

**答案**

1.D由3*b=a+c*及正弦定理可得3sin *B=*sin *A+*sin *C*,所以(sin *A+*sin *C*)2*=*9sin2*B*,即sin2*A+*

2sin *A*sin *C+*sin2*C=*9sin2*B　①*,因为cos *A-*cos *C=*,所以(cos *A-*cos *C*)2*=*2,所以cos2*A-*

2cos *A*cos *C+*cos2*C=*2*②*,*①+②*,得2*-*2cos(*A+C*)*=*9sin2*B+*2,得2*+*2cos *B=*9sin2*B+*2,得2*+*

2cos *B=*9*-*9cos2*B+*2,即9cos2*B+*2cos *B-*9*=*0,解得cos *B=*(舍去)或cos *B=.*故选D*.*

2*.*B由*=*,得*a=*sin *x+*cos *x=*2sin(*x+*),又0*<x<*π,*<x+<*,所以当*x+=*时,*a*取最大值,此时*a*max*=*2,故选B*.*

3*.*C解法一由题意知*g*(*x*)*=m*sin(*x-*)*+n*cos(*x-*),因为*g*(*x*)为奇函数,所以*g*(*-x*)*+g*(*x*)*=*0对任意的*x*∈R恒成立,即*m*sin(*-x-*)*+n*cos(*-x-*)*+m*sin(*x-*)*+n*cos(*x-*)*=*0,*m*[*-*sin(*x+*)*+*sin(*x-*)]*+*

*n*[cos(*x+*)*+*cos(*x-*)]*=*0,*-*2*m*cos *x*sin *+*2*n*cos *x*cos *=*0,(*-m+n*)cos *x=*0,对任意的*x*∈R恒成立,所以*-m+n=*0,即*n=m*,可得*f*(*x*)*=m*sin *x+m*cos *x=*2*m*sin(*x+*)*.*当*m<*0时,*f*(*x*)max*=-*2*m*;当*m>*0时,*f*(*x*)max*=*2*m.*故A,B错误*.f*(*-*)*=*2*m*sin(*-+*)*=-*2*m*,所以函数*f*(*x*)的图象的一条对称轴是*x=-.*故C正确*.*而函数*f*(*x*)的单调性随*m*的符号的变化而变化,故D错误,选C*.*

解法二由题意知*g*(*x*)*=m*sin(*x-*)*+n*cos(*x-*),因为函数*g*(*x*)为奇函数,所以*g*(0)*=m*sin(*-*)*+n*cos(*-*)*=*0,即*-m+n=*0,所以*n=m*,可得*f*(*x*)*=m*sin *x+m*cos *x=*2*m*sin(*x+*)*.*当*m<*0时,*f*(*x*)max*=-*2*m*;当*m>*0时,*f*(*x*)max*=*2*m.*故A,B错误*.f*(*-*)*=*2*m*sin(*-+*)*=-*2*m*,所以函数*f*(*x*)的图象的一条对称轴是*x=-.*故C正确*.*而函数*f*(*x*)的单调性随*m*的符号的变化而变化,故D错误,选C.

4*.*解法一由tan *α*tan *β=*,cos(*α-β*)*=*,得解得故cos(*α+β*)*=*cos *α*cos *β-*sin *α*sin *β=.*

解法二设cos(*α+β*)*=x*,即cos *α*cos *β-*sin *α*sin *β=x　①*,由cos(*α-β*)*=*,得cos *α*cos *β+*sin *α*sin *β=　②*,由*①②*得 cos *α*cos *β=+*,sin *α*sin *β=-*,tan *α*tan *β=*

*==*,解得*x=*,即cos(*α+β*)*=.*

5*.f*(*x*)*=*sin(2*x+*)解法一由函数*f*(*x*)的最小正周期为π可知*ω=*2,将*f*(*x*)*=*sin(2*x+φ*)的图象向左平移个单位长度后得到*g*(*x*)*=*sin(2*x++φ*)的图象,又*g*(*x*)*=*sin(2*x++φ*)的图象关于直线*x=-*对称,所以 2*×*(*-*)*++φ=k*π*+*(*k*∈Z),*φ=k*π*+*(*k*∈Z),因为0*<φ<*π,所以*φ=*,*f*(*x*)*=*sin(2*x+*)*.*

解法二由函数*f*(*x*)的最小正周期为π可知*ω=*2,将*f*(*x*)*=*sin(2*x+φ*)的图象向左平移个单位长度后得到*g*(*x*)*=*sin(2*x++φ*)的图象,又 *g*(*x*)*=*sin(2*x++φ*)的图象关于直线*x=-*对称,所以可知*g*(*-*)*=g*(*-*),即sin *φ=*sin(*φ-*),因为0*<φ<*π,所以*φ=*,*f*(*x*)*=*sin(2*x+*)*.*

6*.*∵*α*∈[,],*β*∈[π,],∴2*α*∈[,*π*],又0*<*sin 2*α=<*,∴2*α*∈(,*π*),即*α*∈(,),∴*β-α*∈(,),∴cos 2*α=-=-.*

又sin(*β-α*)*=*,∴*β-α*∈(,π),∴cos(*β-α*)*=-=-*,

∴cos(*α+β*)*=*cos[2*α+*(*β-α*)]*=*cos 2*α*cos(*β-α*)*-*sin 2*α*sin(*β-α*)*=-×*(*-*)*-×=.*又*α*∈(,),*β*∈[π,],∴*α+β*∈(,2*π*),∴*α+β=.*

7*.*10在△*ACD*中,∠*ACD=*45*°*,∠*ADC=*120*°*,则∠*DAC=*15*°*,*CD=*10米,由正弦定理,得*=*,得*AC=.*又在△*ACB*中,∠*ACB=*60*°-*45*°=*15*°*,∠*ABC=*30*°*,由正弦定理,得*=*,得*AB==*2*××*sin 15*°=*10(米)*.*

8*.*(1)因为*f*(*x*)*=*sin(2*x+*)*-*2sin *x*cos *x=*sin 2*x+*cos 2*x-*sin 2*x*

*=*cos 2*x-*sin 2*x*

*=*cos(2*x+*)*.*(4分)

所以函数*f*(*x*)的最小正周期*T==π.*(5分)

由*-*π*+*2*k*π≤2*x+*≤2*k*π(*k*∈Z),

得*-+k*π≤*x*≤*-+k*π(*k*∈Z),

所以函数*f*(*x*)的单调递增区间为[*-+k*π,*-+k*π](*k*∈Z)*.*(7分)

(2)由题意得*g*(*x*)*=f*(*x-*)*=*cos[2(*x-*)*+*]*=*cos(2*x+*)*.*(9分)

因为*x*∈[0,],所以2*x+*∈[,]*.*(11分)

所以当2*x+=*π,即*x=*时,*g*(*x*)取得最小值,最小值为*-*1*.*(12分)

9*.*(1)由题意,*=*(*-*1,),*=*(cos *α*,sin *α*),

·*=-*cos *α+*sin *α=*0,即tan *α=.*(2分)

又*α*∈(0,π),所以*α=*,cos *α=*,sin *α=*,

所以点*D*的坐标为(,)*.*(5分)

(2)由*=t*(*t>*0)知,向量,同向平行,

易知直线*OE*的倾斜角为,所以*α==*2*B*,即*B=.*(7分)

在△*ABC*中,由余弦定理*b*2*=a*2*+c*2*-*2*ac*cos *B*,得*a*2*+c*2*-ac=*3*.*(9分)

令*t=c+*2*a*,则*c=t-*2*a*,

代入*a*2*+c*2*-ac=*3,整理得7*a*2*-*5*ta+t*2*-*3*=*0,

*Δ=*25*t*2*-*28(*t*2*-*3)≥0,即*|t|*≤2,

所以*c+*2*a*的最大值为2*.*(12分)

10*.*(1)由*=*1*-=*及正弦定理得,*=*,

化简得*b*2*+a*2*-c*2*=ba*,(3分)

由余弦定理得cos *C==.*

∵*C*∈(0,π),∴*C=.*(6分)

(2)由(1)知*C=*,由*S*△*ABC=*2得,*ab*·*=*2,

∴*ab=*8,(9分)

由余弦定理得*c*2*=a*2*+b*2*-*2*ab×=*(*a+b*)2*-*3*ab=*12,

∴*c=*2*.* (9分)